

**Exercice 1: (7pts)**

- 1) – Montrer que  $\forall x \in ]0,1[ : \frac{2x}{x^2(1-x^2)} < 1$  est une assertion fausse .
- 2) – Montrer que  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ : x \neq y \Rightarrow \frac{x^2}{x^2+2} \neq \frac{y^2}{y^2+2}$
- 3) – Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N} : 1+2+2^2+\dots+2^n = 2^{n+1} - 1$
- 4) – Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}^* : 3^{2n+1} + 2^{n+2}$  est divisible par 7
- 5) – Montrer qu'il n'existe aucun triangle rectangle de cotés : 5a, 6a et 8a . ( a  $\neq 0$  ) (absurde)

**Exercice 2 (6pts)**

I- Montrer que :  $A \cap \overline{B} = A \cap \overline{C} \Leftrightarrow A \cap B = A \cap C$

II - Soient les ensembles suivants :  $E = \{x \in \mathbb{R} / |x-1| \leq 5\}$  ;  $F = \{x \in \mathbb{R} / |2x+3| \leq 7\}$

$$A = E \cap \mathbb{Z} ; B = F \cap \mathbb{N} ; C = E \cap F$$

- 1) – Ecrire les ensembles E, F et C en forme d'intervalles ou union d'intervalles
- 2) – Ecrire les ensembles A et B par extension.
- 3) – Determiner  $C_{\mathbb{R}}^E$  et  $C_F^C$  .

**Exercice 3 (6pts)**

Soit L'application suivante :  $f : [0, +\infty[ \rightarrow ]-\infty, 3]$   
 $x \rightarrow 2\sqrt{x+1} - x + 1$

- 1) – a - Montrer que  $\forall x \in [0, +\infty[ : f(x) \leq 3$   
 b – En deduire que f est surjective
- 2) – Montrer que f est injective
- 3) – Determiner la bjection reciproque  $f^{-1}$