

Exercice 1 (12pts)

soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \sqrt{x^3 - x^2} - \sqrt{x^2 + 1}$

- 0.5 1) – déterminer le domaine de définition D_f
- 2 2) – étudier la dérivabilité au point $x_0 = 1$ à droite . interpréter
- 2 3) – étudier la branche infini de C_f au voisinage de $+\infty$
- 1.5 4) – calculer $f'(x)$ pour tout x de $D_f - \{1\}$
- 2 5) – montrer que f est croissante sur D_f
- 1 6) – dresser le tableau des variations de f
- 2 7) – tracer C_f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
- 1 8) – résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$

Exercice 2 (5pts)

- 1 1) - a – montrer que pour tout n dans \mathbb{N} $10^{3n} \equiv 1 [27]$
- 1 b - déterminer le reste de la division euclidienne de $A = 10^{100} + 100^{10}$ par 27
- 1 2) – montrer que pour tout n dans \mathbb{N} : $3^{n+3} - 4^{4n+2} \equiv 0 [11]$
- 1 3) – résoudre dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$: $x^2 - 2x - 2 = 0$
- 1 4) – montrer que pour tout n dans \mathbb{N} : $7^n + 12n - 1 \equiv 0 [9]$

Exercice 3 (3pts)

soit n un entier naturel non nul. On pose $a = 5n^2 + 7$ et $b = n^2 + 2$ et soit $d = a \wedge b$

- 1 1) – montrer que $d/3$
- 1 2) – montrer que $d = 3 \Leftrightarrow n^2 \equiv 1 [3]$
- 1 3) – en déduire d selon les valeurs de l'entier naturel n .

Bonne chance .