

Exercice 1 (4 Points)

- Calculer la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x + 3)^{2026} - 1}{x + 1}$ (2 Pts)
- a) Résoudre l'équation différentielle : $(E) : y'' + 16y = 0$ (1 Pts)
- b) Déterminer la solution particulière de l'équation différentielle (E) qui vérifie :
 $y(0) = 1$ et $y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1$ (1 Pts)

Exercice 2 (12 Points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ et soit (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ (2 Pts)
- b) En déduire les branches infinies de (\mathcal{C}_f) (1 Pts)
- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et dresser le tableau de variation de f (1,5 Pts)
- a) Étudier la concavité de (\mathcal{C}_f) et déterminer ses points d'inflexion. (1 Pts)
- b) Montrer que le point $I(1, 2)$ est un centre de symétrie de (\mathcal{C}_f) (1 Pts)
- c) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (\mathcal{C}_f) au point I (1 Pts)
- a) Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = (x - 2)^2(x + 1)$ (0,5 Pts)
- b) En déduire les points d'intersection de (\mathcal{C}_f) avec l'axe des abscisses. (1 Pts)
- Construire la courbe (\mathcal{C}_f) (1,5 Pts)
- Discuter suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation :
 $(E_m) : x^3 - 3x^2 - m + 4 = 0$ (1,5 Pts)

Exercice 3 (4 Points)

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $I = \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x) = 2 \sin x + \tan x - 3x$

Pour tout $t \in \mathbb{R}$, on pose $P(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$.

- Vérifier que : $(\forall t \in \mathbb{R}) P(t) = (t - 1)(2t^2 - t - 1)$ (0,5 Pts)
- a) Montrer que : $(\forall x \in I) g'(x) = \frac{P(\cos x)}{\cos^2 x}$ (1 Pts)
- b) En déduire les variations de la fonction g (1 Pts)
- Montrer que : $(\forall x \in I) 3x \leq 2 \sin x + \tan x$ (1,5 Pts)

﴿خُلِقَ الْإِنْسَانُ مِنْ عَجَلٍ سَأُورِيكُمْ آيَاتِي فَلَا تَسْتَعْجِلُونِ﴾ (37) • وَيَقُولُونَ مَتَى هَذَا الْوَعْدُ إِنْ كُنْتُمْ صَادِقِينَ (38) • لَوْ يَعْلَمُ الَّذِينَ كَفَرُوا حِينَ لَا يَكْفُونُ عَنْ وُجُوهِهِمُ النَّارَ وَلَا عَنْ ظُهُورِهِمْ وَلَا هُمْ يُنصَرُونَ (39) • بَلْ تَأْتِيهِمْ بَغْتَةً فَتَبْهَتُهُمْ فَلَا يَسْتَطِيعُونَ رَدَّهَا وَلَا هُمْ يُنظَرُونَ (40) • ﴿(الأنبياء الآيات 37-40)﴾