# دراسة الدوال وتمثيلها

## I- مقاربات منحنى دالة :

### 1) المقارب الأفقي :

**تعريف :**

لتكن $f$ دالة عددية معرفة على مجال $]a;+\infty[$ و $(C_f)$ منحناها و $b \in \mathbb{R}$.

إذا كانت $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = b$ فإننا نقول إن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y = b$ مقارب أفقي لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .

لتكن $f$ دالة عددية معرفة على مجال $]-\infty;a[$ و $(C_f)$ منحناها و $b \in \mathbb{R}$.

إذا كانت $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$ فإننا نقول إن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y = b$ مقارب أفقي لـ $(C_f)$ بجوار $-\infty$ .

**مثال :** نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$ .

بين أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y = 2$ مقارب أفقي لـ $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$ .

### 2) المقارب العمودي :

**تعريف :**

لتكن $f$ دالة عددية معرفة على مجال مفتوح مركزه $a$ و $(C_f)$ منحناها .

إذا كان $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty$ أو $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \pm\infty$ فإننا نقول إن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $x = a$ مقارب عمودي لـ $(C_f)$ .

**مثال :** نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$ .

بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $x = 1$ مقارب عمودي لـ $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ .

## II- أمثلة لدراسة بعض الدوال الإعتيادية :

### طريقة دراسة دالة عددية :

لدراسة دالة عددية نتبع المراحل التالية :

- تحديد مجموعة تعريف الدالة .
- دراسة زوجية الدالة ، ثم اختصار مجموعة دراسة هذه الدالة .
- حساب نهايات هذه الدالة عند محدات مجموعة دراستها .
- حساب الدالة المشتقة ودراسة إشارتها ثم إنشاء جدول التغيرات .
- إنشاء جدول لبعض القيم وصورها بهذه الدالة ثم إنشاء منحنى الدالة .

### 1) دراسة وتمثيل الدوال الحدودية من الدرجة الثانية :

**مثال 1 :**

دراسة الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x) = x^2 + 2x + 1$ .

**مثال 2 :**

دراسة الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ .

### 2) دراسة وتمثيل الدوال الحدودية من الدرجة الثالثة :

**مثال 1 :**

دراسة الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ .

**مثال 2 :**

دراسة الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x) = -x^3 + 3x$ .

**مثال 3 :**

دراسة الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ .

### 3) دراسة وتمثيل الدوال المتخاطة :

**تعريف :**

كل دالة عددية معرفة على شكل $x \mapsto \dfrac{ax+b}{a'x+b'}$ حيث $a' \neq 0$ و $ab' - a'b \neq 0$ تسمى دالة متخاطة .

**مثال 1 :**

دراسة الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ .

**مثال 2 :**

دراسة الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$ .

$$f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}{(a'x+b')^2} = \frac{ab' - a'b}{(a'x+b')^2}$$