التعداد

I- المبدأ العام للتعداد :

نشاط :

نريد تكوين مكتب إحدى الجمعيات من رئيس ونائب وكاتب ، إذا علمت أن الرئيس يتم اختياره من بين الشخصين A و B والنائب من بين الأشخاص C و D و E والكاتب من بين الشخصين: F و G .

بكم من طريقة مختلفة يمكن تكوين هذا المكتب ؟

تعريف :

نعتبر ثلاثة اختيارات، إذا كان الإختيار الأول يتم بـ n كيفية مختلفة، والإختيار الثاني يتم بـ m كيفية مختلفة، والإختيار الثالث يتم بـ p كيفية مختلفة ، فإن عدد الكيفيات التي تتم بها هذه الإختيارات هو : $n \times m \times p$.

ملاحظة : يمكن تطبيق المبدأ العام للتعداد في حالة اختيارين أو ثلاثة أو أربعة اختيارات أو أكثر .

II- الترتيبات :

1) عاملي عدد صحيح طبيعي :

تعريف :

ليكن n عدد صحيح طبيعي غير منعدم ،

- العدد : $1\times....\times(n-2)\times(n-1)\times n$ يسمى عاملي n ويرمز له بالرمز $n!$

- نقبل أن : $0!=1$

مثال : $1!=1$ ، $2!=2\times1=2$ ، $3!=3\times2\times1=6$ و $4!=4\times3\times2\times1=24$ ....

2) الترتيبات – التبديلات :

نشاط : يوجد داخل غرفة 5 كراسي مختلفة، بكم من طريقة مختلفة يمكن لثلاثة أشخاص الجلوس على 3 كراسي بهذه الغرفة ؟

تعريف :

ليكن n و p عددين صحيحين طبيعيين حيث : $1\le p\le n$

- كل اختيار بتتابع لـ p عنصر من بين n عنصر يسمى **ترتيبة** لـ p عنصر من بين n .

نرمز لعدد الترتيبات لـ p عنصر من بين n بـ A_n^p ولدينا : $A_n^p=\dfrac{n!}{(n-p)!}=n\times(n-1)\times(n-2)\times...\times(n-p+1)$

- كل **ترتيبة** لـ n عنصر من بين n تسمى **تبديلة** لـ n عنصر ، وعددها هو $A_n^n=n!$

مثال : بكم من طريقة مختلفة يمكن لـ 6 أشخاص ركوب سيارة أجرة كبيرة ؟

III- التأليفات :

تعريف :

لتكن E مجموعة تحتوي على n عنصر ، كل جزء من E يحتوي على p عنصر $(p\le n)$ يسمى تأليفة لـ p عنصر من بين n ، نرمز لعدد التأليفات لـ p عنصر من بين n بالرمز : C_n^p ، ولدينا : $C_n^p=\dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

أمثلة : أ) أحسب الأعداد : C_4^1 ، C_4^2 ، C_5^3

ب) قارن العددين A_5^3 و $3!C_5^3$.

قواعد :

ليكن n و p عددين صحيحين طبيعيين حيث : $0\le p\le n$ ، لدينا : $C_n^1=n$ و $C_n^n=1$ و $C_n^p=C_n^{n-p}$ و $A_n^p=p!C_n^p$

IV- أنواع السحب :

يحتوي كيس على n كرة ، لنسحب p كرة من هذا الصندوق هناك ثلاث طرق :

- السحب تآنيا ، وعدد الحالات الممكنة هو C_n^p . (أي عدد التأليفات لـ p عنصر من بين n) ($p\le n$)

- السحب بالتتابع وبدون إحلال ، وعدد الحالات الممكنة هو A_n^p . (أي عدد الترتيبات لـ p عنصر من بين n) ($p\le n$)

- السحب بالتتابع وبإحلال ، وعدد الحالات الممكنة هو n^p . (المبدأ العام للتعداد : p اختيار بـ n كيفية مختلفة لكل اختيار) ($\forall p\ge1$)

تمرين تطبيقي :

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء ، غير قابلة للتمييز باللمس.

1) نسحب بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الكيس.

أ) أحسب عدد الإمكانيات الممكنة.

ب) أحسب عدد إمكانيات سحب 3 كرات من نفس اللون ؟.

2) نعيد الكرات إلى الكيس ثم نسحب تآنيا كرتين من الكيس.

أ) أحسب عدد الإمكانيات الممكنة.

ب) أحسب عدد إمكانيات سحب كرتين مختلفتا اللون ؟.

3) نعيد الكرات إلى الكيس ثم نسحب بالتتابع وبإحلال 4 كرات من الكيس.

أ) أحسب عدد الإمكانيات الممكنة.

ب) أحسب عدد إمكانيات سحب 4 كرات خضراء ؟.

ج) أحسب عدد إمكانيات سحب 4 كرات من نفس اللون .